Considérations théoriques/Exercice n° 3

1) Définitions

Soit la conduite en charge de forme trapézoïdale représentée par la figure 1. Elle écoule un débit volume Q d'un liquide de viscosité cinématique ν, sous un gradient de la perte de charge linéaire J. Sa paroi interne est caractérisée par la rugosité absolue ε. La conduite est définie par ses dimensions linéaires horizontales a et b, par sa dimension verticale Y ainsi que par l'angle d'inclinaison α de sa paroi latérale par rapport à l'horizontale.

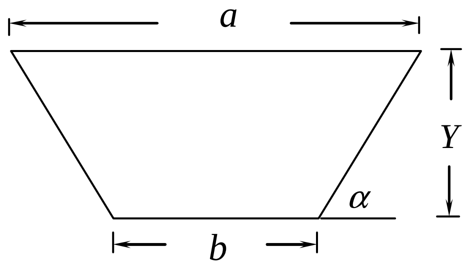

Figure 1 : Schéma de définition de la conduite en charge de forme trapézoïdale

Posons :

$$m = cotg(\alpha) \tag{1}$$

$$\beta = b / a \tag{2}$$

La géométrie de la conduite permet aisément de montrer que :

$$\frac{Y}{a-b} = \frac{1}{2m} \tag{3}$$

La relation (3) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\frac{mY}{a} = \frac{1-\beta}{2} \tag{4}$$

Les configurations géométriques considérées sont toutes définies par $\beta < 1$, ou bien, selon la relation (4), par

$$\frac{mY}{a} < \frac{1}{2} \tag{5}$$

Notons que $\beta = 0$ correspond au cas limite d'une conduite en charge de forme triangulaire $(b = 0)$. Pour $m = 0$, correspondant à $\alpha = 90°$, la forme trapézoïdale de la conduite se transforme en une forme rectangulaire.

Laboratoire de Recherche en Hydraulique Souterraine et de Surface
Université de Biskra, BP 145 RP 07000, Biskra, Algérie.

2) Caractéristiques de la conduite

Les caractéristiques de la conduite sont, en particulier :

- L'aire de la section mouillée A, soit :

$$A=\frac{a^2-b^2}{4m} \tag{6}$$

où :

$$a=b+2mY \tag{7}$$

Introduisons la profondeur relative :

$$Y^*=\frac{mY}{b} \tag{8}$$

En ayant recours aux relations (7) et (8), il est alors aisé de montrer que la relation (6) s'écrit :

$$A=b^2\frac{Y^*\left(1+Y^*\right)}{m} \tag{9}$$

- Le périmètre mouillé P, soit :

$$P=a+b+\frac{(a-b)}{m}\sqrt{1+m^2} \tag{10}$$

Posons :

$$C_1=\sqrt{1+m^{-2}}+1 \tag{11}$$

En tenant compte des relations (7) et (11), la relation (10) devient :

$$P=2b\left(1+C_1Y^*\right) \tag{12}$$

- Le diamètre hydraulique $D_h=4A/P$, soit :

$$D_h=2b\frac{Y^*\left(1+Y^*\right)}{m\left(1+C_1Y^*\right)} \tag{13}$$

3) Modèle rugueux de référence de la conduite

3.1) Caractéristiques du modèle rugueux de référence

Le modèle rugueux de référence de la conduite en charge de forme trapézoïdale est schématiquement représenté sur la figure 2. Il est défini par les dimensions linéaires horizontales $\overline{a}$ et $\overline{b}$, par la dimension linéaire verticale $\overline{Y}$ et par l'angle d'inclinaison α de ses parois latérales par rapport à l'horizontale, égal à celui de la conduite.

Le modèle rugueux de référence écoule le débit volume $\overline{Q}$, sous le gradient de la perte de charge linéaire $\overline{J}$, d'un liquide de viscosité cinématique ν.

Les caractéristiques du modèle rugueux de référence sont régies par des relations identiques à celles que nous avons précédemment établies, en particulier les relations (9), (12) et (13). Ainsi :

- L'aire de la section mouillée $\overline{A}$ est :

$$\overline{A} = \overline{b}^2 \frac{\overline{Y}^* \left(1+\overline{Y}^*\right)}{m} \tag{14}$$

- Le périmètre mouillé $\overline{P}$ s'écrit :

$$\overline{P} = 2\overline{b}\left(1+C_1\overline{Y}^*\right) \tag{15}$$

- Le diamètre hydraulique $\overline{D_h}$ s'exprime par :

$$\overline{D_h} = 2\overline{b}\frac{\overline{Y}^* \left(1+\overline{Y}^*\right)}{m\left(1+C_1\overline{Y}^*\right)} \tag{16}$$

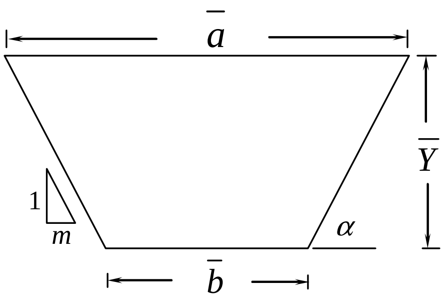

Figure 2 : Schéma de définition du modèle rugueux de référence de la conduite en charge de forme trapézoïdale

3.2) Relation régissant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence

La relation régissant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence d'une conduite en charge de forme donnée s'obtient en ayant recours à la relation de *Darcy-Weisbach* (*Achour, 2007, Calcul des conduites et canaux par la MMR, Tome 1 : Conduites et Canaux en charge, LARHYSS/Edition Capitale, 610 pages*) :

$$\overline{J} = \frac{1}{128g}\frac{\overline{P}}{\overline{A}^3}\overline{Q}^2 \quad (17)$$

Compte tenu des relations (14) et (15), la relation (17) devient :

$$\overline{J} = \frac{m^3}{64g}\frac{\left(1+C_1\overline{Y}^*\right)}{\overline{b}^5\left[\overline{Y}^*\left(1+\overline{Y}^*\right)\right]^3}\overline{Q}^2 \quad (18)$$

La relation (18) permet de déduire que :

$$\overline{b} = \frac{\left(1+C_1\overline{Y}^*\right)^{1/5}}{64^{1/5}\left[\overline{Y}^*\left(1+\overline{Y}^*\right)\right]^{3/5}}\left(\frac{m^{3/2}\overline{Q}}{\sqrt{g\overline{J}}}\right)^{2/5} \quad (19)$$

Introduisons, pour simplifier l'écriture de la relation (19), le débit relatif :

$$\overline{Q}^* = \frac{m^{3/2}\overline{Q}}{\sqrt{g\overline{J}\,\overline{b}^5}} \quad (20)$$

La relation (19) devient alors :

$$\overline{Q}^* = \frac{8\left[\overline{Y}^*\left(1+\overline{Y}^*\right)\right]^{3/2}}{\left(1+C_1\overline{Y}^*\right)^{1/2}} \quad (21)$$

La relation (21) constitue la relation régissant l'écoulement dans le modèle rugueux de référence de la conduite en charge de forme trapézoïdale, lorsque la dimension linéaire de référence choisie est $\overline{b}$. Nous pouvons noter que la hauteur relative $\overline{Y}^*$ est implicite vis-à-vis du débit relatif $\overline{Q}^*$. La solution exacte $\overline{Y}^*\left(\overline{Q}^*\right)$ peut être obtenue en appliquant à la relation (21) le théorème de *Lagrange*. Cependant, cette solution se présente en termes d'une série illimitée et son application pratique ne présente alors aucun intérêt. L'une des méthodes les plus adaptées aux cas pratiques est sans nul doute celle basée sur un procédé itératif, pour peu que sa convergence soit rapide.

Pour déterminer $\overline{Y}^*\left(\overline{Q}^*\right)$, observons d'abord que la relation (21) peut s'écrire :

$$\overline{Q}^{*2/3} = \frac{4\overline{Y}^{*}\left(1+\overline{Y}^{*}\right)}{\left(1+C_1\overline{Y}^{*}\right)^{1/3}} \qquad (22)$$

Posons, pour simplifier l'écriture :

$$z = \left(\overline{Y}^{*} + \frac{1}{2}\right)^{2} \qquad (23)$$

La relation (22) devient alors :

$$\overline{Q}^{*2/3} = \frac{4\left(\sqrt{z}-1/2\right)\left(\sqrt{z}+1/2\right)}{\left[1+C_1\left(\sqrt{z}-1/2\right)\right]^{1/3}} \qquad (24)$$

ou bien :

$$\overline{Q}^{*2/3} = \frac{4\left(z-1/4\right)}{\left[1+C_1\left(\sqrt{z}-1/2\right)\right]^{1/3}} \qquad (25)$$

Cette dernière relation permet d'écrire que :

$$z = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^{*}}{8}\right)^{2/3}\left[1+C_1\left(\sqrt{z}-1/2\right)\right]^{1/3} \qquad (26)$$

La détermination de z, selon la relation (26), nécessite la connaissance des valeurs du débit relatif $\overline{Q}^{*}$ et du paramètre C_1. Conformément à la relation (23) et du fait que $\overline{Y}^{*} > 0$, nous pouvons écrire que $z > 1/4$. Admettons pour valeur première de z, la valeur $z_0 = 1/4$. La relation (26) permet alors d'écrire que :

$$z_1 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^{*}}{8}\right)^{2/3}\left[1+C_1\left(\sqrt{z_0}-1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^{*}}{8}\right)^{2/3} \qquad (27)$$

$$z_2 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^{*}}{8}\right)^{2/3}\left[1+C_1\left(\sqrt{z_1}-1/2\right)\right]^{1/3} \qquad (28)$$

……………………………………………………………………

$$z_i = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^{*}}{8}\right)^{2/3}\left[1+C_1\left(\sqrt{z_{i-1}}-1/2\right)\right]^{1/3} \qquad (29)$$

Le processus itératif ainsi décrit se poursuit jusqu'à ce que $z_{n+1} \cong z_n$, avec une erreur relative que l'utilisateur devra apprécier.

Exercice n° 3 :

Soit la conduite en charge de forme trapézoïdale représentée par la figure 1. Utiliser la **MMR** ainsi que les considérations théoriques ci-dessus exposées pour déterminer les dimensions linéaires a et Y de la conduite considérée.

On donne :

$$Q = 2,78 m^3/s \ ; \ b = 1m \ ; \ J = 10^{-3} \ ; \alpha = 60^{\circ} \ (m = 0,577350269) \ ; \varepsilon = 10^{-3} m \ ; \nu = 10^{-6} m^2/s$$

Solution

i. Calculons le paramètre C_1, en vertu de la relation (11) :

$$C_1 = \sqrt{1+m^{-2}} + 1 = \sqrt{1+0,577350269^{-2}} + 1 = 3$$

ii. Admettons que le modèle rugueux de référence, représenté par la figure 2, écoule le débit volume $\overline{Q} = Q$ sous le gradient de la perte de charge linéaire $\overline{J} = J$, pour la dimension linéaire $\overline{b} = b$.

Selon la relation (20), le débit relatif $\overline{Q}^*$ serait tel que :

$$\overline{Q}^* = \frac{m^{3/2}\overline{Q}}{\sqrt{g\overline{J}\overline{b}^5}} = \frac{m^{3/2}Q}{\sqrt{gJb^5}} = Q^*$$

soit :

$$\overline{Q}^* = \frac{0,577350269^{3/2} \times 2,78}{\sqrt{9,81 \times 10^{-3} \times 1^5}} = 12,31315513$$

Ce qui mène à :

$$\left(\overline{Q}^*/8\right)^{2/3} = (12,31315513/8)^{2/3} = 1,33306986$$

iii. Selon le procédé itératif précédemment décrit, nous pouvons écrire que :

$$z_1 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3} = 0,25 + 1,33306986 = 1,58306986$$

$$z_2 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3} \left[1 + C_1\left(\sqrt{z_1} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{1,58306986} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,229577308$$

$$z_3 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_2} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{2,229577308} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,362500715$$

$$z_4 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_3} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{2,362500715} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,385534514$$

$$z_5 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_4} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{2,385534514} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,389410235$$

$$z_6 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_5} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{2,389410235} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,390059156$$

$$z_7 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_6} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{2,390059156} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,390167717$$

$$z_8 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_7} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{2,390167717} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,390185876$$

$$z_9 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_8} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 1,33306986 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{2,390185876} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 2,390188914$$

Nous pouvons donc constater que $z_9 \cong z_8$ et le processus itératif s'arrête ainsi à z_9. La solution de l'équation (25), extrêmement proche de la valeur exacte, est :

$$z = 2,390188914$$

iv. Selon la relation (23), la hauteur relative $\overline{Y}^*$ est par suite :

$$\overline{Y}^* = \sqrt{z} - 1/2 = \sqrt{2,390188914} - 0,5 = 1,046023581$$

v. La hauteur $\overline{Y}$ du modèle rugueux de référence de la conduite trapézoïdale considérée est donc, conformément à la relation (8) :

$$\overline{Y}=\frac{b\overline{Y}^{*}}{m}=\frac{1\times 1,046023581}{0,577350269}=1,811765989\,m$$

vi. Les caractéristiques du modèle rugueux de référence sont, en particulier :

- L'aire de la section mouillée $\overline{A}$, égale à, selon la relation (14) :

$$\overline{A}=\overline{b}^{2}\frac{\overline{Y}^{*}\left(1+\overline{Y}^{*}\right)}{m}=b^{2}\frac{\overline{Y}^{*}\left(1+\overline{Y}^{*}\right)}{m}=1^{2}\times\frac{1,046023581\times(1+1,046023581)}{0,577350269}=3,706915936\,m^{2}$$

- Le périmètre mouillé $\overline{P}$, tel que, en vertu de la relation (15) :

$$\overline{P}=2\overline{b}\left(1+C_{1}\overline{Y}^{*}\right)=2b\left(1+C_{1}\overline{Y}^{*}\right)=2\times 1\times(1+3\times 1,046023581)=8,276141487\,m$$

- Le diamètre hydraulique $\overline{D_h}$, tel que :

$$\overline{D_h}=4\frac{\overline{A}}{\overline{P}}=4\times\frac{3,706915936}{8,276141487}=1,791615545\,m$$

- Le nombre de *Reynolds* $\overline{R}$, égal à :

$$\overline{R}=\frac{4\overline{Q}}{\overline{P}\nu}=\frac{4Q}{\overline{P}\nu}=\frac{4\times 2,78}{8,276141487\times 10^{-6}}=1343621,302$$

vii. Le coefficient de correction des dimensions linéaires ψ est par suite, selon la **MMR** :

$$\psi=1,35\left[-\log\left(\frac{\varepsilon/\overline{D_h}}{4,75}+\frac{8,5}{\overline{R}}\right)\right]^{-2/5}$$

$$=1,35\times\left[-\log\left(\frac{10^{-3}/1,791615545}{4,75}+\frac{8,5}{1343621,302}\right)\right]^{-2/5}=0,782688706$$

viii. Si l'on affectait au modèle rugueux de référence de la conduite considérée la dimension linéaire horizontale :

$$\overline{b}=b/\psi=1/0,782688706=1,277647156\,m$$

alors sa hauteur relative $\overline{Y}^{*}$ serait égale à la hauteur relative Y^{*} de la conduite considérée, soit $\overline{Y}^{*}=Y^{*}$.

Le débit relatif $\overline{Q}^*$ correspondant à cette nouvelle dimension linéaire est, selon la relation (20) :

$$\overline{Q}^* = \frac{m^{3/2}\overline{Q}}{\sqrt{g\overline{J}\overline{b}^5}} = \frac{m^{3/2}Q}{\sqrt{gJ\left(b/\psi\right)^5}} = \frac{0,577350269^{3/2}\times 2,78}{\sqrt{9,81\times 10^{-3}\times 1,277647156^5}} = 6,673321058$$

Ce qui mène à :

$$\left(\overline{Q}^*/8\right)^{2/3} = \left(6,673321058/8\right)^{2/3} = 0,886137989$$

ix. Le procédé itératif adopté à l'étape *iii* est encore renouvelé pour la nouvelle valeur du débit relatif $\overline{Q}^*$. Ainsi :

$$z_1 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3} = 0,25 + 0,886137989 = 1,136137989$$

$$z_2 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_1} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989\times\left[1 + 3\times\left(\sqrt{1,136137989} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,48357495$$

$$z_3 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_2} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989\times\left[1 + 3\times\left(\sqrt{1,48357495} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,549545425$$

$$z_4 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_3} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989\times\left[1 + 3\times\left(\sqrt{1,549545425} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,560489632$$

$$z_5 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_4} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989\times\left[1 + 3\times\left(\sqrt{1,560489632} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,562265195$$

$$z_6 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3}\left[1 + C_1\left(\sqrt{z_5} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989\times\left[1 + 3\times\left(\sqrt{1,562265195} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,562552218$$

$$z_7 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3} \left[1 + C_1\left(\sqrt{z_6} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{1,562552218} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,562598589$$

$$z_8 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3} \left[1 + C_1\left(\sqrt{z_7} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{1,562598589} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,56260608$$

$$z_9 = \frac{1}{4} + \left(\frac{\overline{Q}^*}{8}\right)^{2/3} \left[1 + C_1\left(\sqrt{z_8} - 1/2\right)\right]^{1/3} = \frac{1}{4} + 0,886137989 \times \left[1 + 3 \times \left(\sqrt{1,56260608} - 1/2\right)\right]^{1/3}$$
$$= 1,56260729$$

Nous pouvons donc constater que $z_9 \cong z_8$ et le processus itératif s'arrête ainsi à z_9. La solution de l'équation (25), extrêmement proche de la valeur exacte, est :

$$z = 1,56260729$$

x. Pour cette valeur de z, nous pouvons écrire qu'en vertu de la relation (23) :

$$\overline{Y}^* = Y^* = \sqrt{z} - 1/2 = \sqrt{1,56260729} - 0,5 = 0,750042915 \cong 0,75$$

xi. En ayant recours aux relations (7) et (8), les dimensions linéaires recherchées a et Y sont respectivement :

- $Y = \dfrac{bY^*}{m} = \dfrac{1 \times 0,750042915}{0,577350269} = 1,299112437\,m \cong 1,3\,m$
- $a = b + 2mY = 1 + 2 \times 0,577350269 \times 1,299112437 = 2,500085831\,m \cong 2,5\,m$

xii. **Vérification des calculs**

a) ***Darcy-Weisbach***

Vérifions les calculs en déterminant, pour les dimensions linéaires calculées, le gradient J de la perte de charge linéaire selon la relation de *Darcy-Weisbach* :

$$J = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} \tag{30}$$

- L'aire de la section mouillée A est, selon la relation (6) :

$$A=\frac{a^2-b^2}{4m}=\frac{2,500085831^2-1^2}{4\times0,577350269}=2,273502517\,m^2$$

- Le diamètre hydraulique D_h est, conformément à la relation (13) :

$$D_h=2b\frac{Y^*\left(1+Y^*\right)}{m\left(1+C_1Y^*\right)}=2\times1\times\frac{0,750042915\times\left(1+0,750042915\right)}{0,577350269\times\left(1+3\times0,750042915\right)}=1,399023051\,m\cong1,4\,m$$

- Le coefficient de frottement f de la relation (30) est, selon la **MMR** :

$$f=\frac{\psi^5}{16}=\frac{0,782688706^5}{16}=0,018358$$

Ainsi, selon la relation (30), le gradient J de la perte de charge linéaire est :

$$J=\frac{f}{D_h}\frac{Q^2}{2gA^2}=\frac{0,018358}{1,399023051}\times\frac{2,78^2}{2\times9,81\times2,273502517^2}=10^{-3}$$

Il s'agit bien de la valeur de J donnée à l'énoncé de l'exemple d'application considéré.

b) ***Formule générale du débit volume***

Selon *Achour et Bedjaoui* (*Achour* and *Bedjaoui*, 2006, Discussion, Exact solutions for normal depth problem, Journal of Hydraulic Research, 44, 5, 715-717) :

$$Q=-4\sqrt{2g}\,A\sqrt{R_hJ}\,\log\left(\frac{\varepsilon/R_h}{14,8}+\frac{10,04}{\overline{R}}\right)\tag{31}$$

R_h désigne le rayon hydraulique. Dans la relation (31), le nombre de *Reynolds* $\overline{R}$ s'exprime par :

$$\overline{R}=32\sqrt{2}\frac{\sqrt{gJR_h^3}}{\nu}\tag{32}$$

La relation (31) est applicable à toutes les formes usuelles de conduites et couvre l'ensemble du domaine turbulent du diagramme de *Moody*.

Le rayon hydraulique R_h est :

$$R_h=D_h/4=1,399023051/4=0,349755763\,m$$

Le nombre de *Reynolds* $\overline{R}$ est, selon la relation (32) :

$$\overline{R}=32\sqrt{2}\frac{\sqrt{gJR_h^3}}{\nu}=32\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{9,81\times10^{-3}\times0,349755763^3}}{10^{-6}}=927143,1588$$

Le débit volume Q est, en vertu de la relation (31) :

$$Q = -4\times\sqrt{2\times 9,81}\times 2,273502517\times\sqrt{0,349755763\times 10^{-3}}\times$$
$$\log\left(\frac{10^{-3}/0,349755763}{14,8}+\frac{10,04}{927143,1588}\right) = 2,780057409\,m^3/s \cong 2,78\,m^3/s$$

Ainsi, le débit volume calculé selon la formule générale correspond bien à celui donné à l'énoncé de l'exemple considéré.

c) ***Formule de Chézy***

Selon *Chézy*, le débit volume Q est :

$$Q = CA\sqrt{R_h J} \tag{33}$$

où $C\left(m^{0,5}/s\right)$ est le coefficient de résistance de *Chézy*. Selon la **MMR**, celui-ci est donné par :

$$C = \frac{8\sqrt{2g}}{\psi^{5/2}} \tag{34}$$

soit :

$$C = \frac{8\times\sqrt{2\times 9,81}}{0,782688706^{5/2}} = 65,38329756\,m^{0,5}/s \cong 66\,m^{0,5}/s$$

Le débit volume Q serait donc, selon la relation (33) :

$$Q = CA\sqrt{R_h J} = 65,38329756\times 2,273502517\times\sqrt{0,349755763\times 10^{-3}} = 2,779999379\,m^3/s$$
$$\cong 2,78\,m^3/s$$

Il s'agit bien de la valeur du débit volume Q donnée à l'énoncé de l'exemple d'application considéré.